

MODELIZACIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS PARA POTENCIAR EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO: UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

MODELIZACIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN BACHILLERATO

AUTORES:

Autor [1] Juan José Fajardo Heredia

Autor [2] María Elisa Fajardo Heredia

Autor [3] Dimas Geovanny Vera Pisco

DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA:

Dimas Geovanny Vera Pisco, (Calles Amazonas y Villamil, deravp@uees.edu.ec, dimas.vera@unesum,ed,ec, 093 904 1350)

Fecha de recepción:

Fecha de aceptación:

[1] Licenciado en Pedagogía de las Matemáticas y la Física. Universidad Espíritu Santo, juan.fajardo@uees.edu.ec, https://orcid.org/0009-0005-8633-737X, Cuenca, Ecuador.

[2] Licenciada en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física, Universidad Espíritu Santo, maría.fajardo@uees.edu.ec, https://orcid.org/0009-0008-8897-0891, Cuenca, Ecuador.

[3] Licenciada en Ciencias de la Educación en Matemáticas y Física, Universidad Espíritu Santo, maría.fajardo@uees.edu.ec, https://orcid.org/0009-0008-8897-0891, Cuenca, Ecuador.

© Vicerrectorado Académico de la Universidad Laica *Eloy Alfaro* de Manabí, Ecuador.

RESUMEN

La modelización matemática permite conectar esta ciencia con el mundo real utilizando estructuras matemáticas que logren analizar, comprender y predecir el comportamiento de la situación que se está modelando. El objetivo principal de la presente investigación es analizar el impacto de la modelización matemática en el aprendizaje de funciones cuadráticas con estudiantes de bachillerato entre 17 y 18 años. Este estudio se fundamenta en la necesidad de incorporar metodologías innovadoras en la enseñanza de las matemáticas en Ecuador, donde la modelización matemática aún no ha sido ampliamente implementada en las aulas. Para ello se diseñó y aplicó una actividad de modelización matemática fundamentada en el marco teórico del aprendizaje significativo. Esta actividad se llevó a cabo en dos momentos, primero se realizó un pre - test para analizar el dominio de las destrezas relacionadas con la modelización matemática y posteriormente se realizó un post - test luego de haber intervenido con los estudiantes en dos sesiones de clase, cada una con una duración de dos horas. Se recopiló y comparó los datos obtenidos utilizando un enfoque cuantitativo en las dos instancias y los resultados permitieron evidenciar la efectividad de la modelización matemática como estrategia didáctica y su influencia en la construcción de un aprendizaje significativo. Se recomienda potenciar la enseñanza de la modelización matemática en los estudiantes de bachillerato para fortalecer la comprensión de las estructuras matemáticas y su relación con el entorno.

Palabras claves: Modelización Matemática, función cuadrática, bachillerato, aprendizaje significativo.

MODELING QUADRATIC FUNCTIONS TO ENHANCE MEANINGFUL LEARNING: AN EXPERIENCE WITH HIGH SCHOOL STUDENTS

ABSTRACT

Mathematical modeling allows connecting this science with the real world using mathematical structures that can analyze, understand and predict the behavior of the situation being modeled. The main objective of this research is to analyze the impact of mathematical modeling on the learning of quadratic functions with high school students between 17 and 18 years old. This study is based on the need to incorporate innovative methodologies in mathematics teaching in Ecuador, where mathematical modeling has not yet been widely implemented in classrooms. To achieve this, a mathematical modeling activity was designed and applied based on the theoretical framework of meaningful



learning. This activity was carried out in two stages: first, a pre-test was conducted to analyze the mastery of skills related to mathematical modeling, and later a post-test was implemented after working with the students in two class sessions, each lasting two hours. The data obtained was collected and compared using a quantitative approach in both instances, and the results demonstrated the effectiveness of mathematical modeling as a didactic strategy and its influence on the construction of meaningful learning. It is recommended to enhance the teaching of mathematical modeling to high school students to strengthen the understanding of mathematical structures and their relationship with the environment.

Keywords: Mathematical Modeling, quadratic function, high school, meaningful learning.

INTRODUCCIÓN:

La sociedad está en constante cambio y la educación debe evolucionar con ella. El estudiante no debe ser obligado a únicamente llevar o registrar datos precisos, es importante que el estudiante esté consciente de lo que está haciendo y por qué lo está haciendo (Roa, 2021). La conexión entre el aprendiz y el contexto es inherente, por eso es importante trabajar con metodologías que incluyan esa conexión. El modelado matemático actúa como un puente entre las actividades cotidianas y las matemáticas.

En 2014 la OCDE lanzó la iniciativa PISA For Development (PISA-D) en 2014, que busca hacer la evaluación más accesible y relevante para un mayor número de países. Esta evaluación se centra en medir la capacidad de los estudiantes en tres ámbitos diferentes: lectura, matemáticas y ciencias. (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2018). Ecuador, en el año 2017 participó en PISA-D, contando con más de 6 000 estudiantes de alrededor de 15 años, que se encontraban entre octavo EGB y tercero de bachillerato, donde la mayor parte de los estudiantes no llegaron al nivel 2 en matemáticas, es decir, que un 70% de ellos no logran alcanzar ni los dominios básicos (Ministerio de Educación del Ecuador [MinEduc], 2018).

PISA considera que, si bien es importante poder realizar operaciones aritméticas, realizarlas no es suficiente para desenvolverse matemáticamente en la vida real. Para poner en práctica este conocimiento, se necesitan al menos las habilidades básicas para elegir el modelo adecuado y seleccionar una estrategia o una explicación. Estas habilidades constituyen el núcleo de la comprensión de PISA sobre la competencia matemática (OECD, 2018). En búsqueda de aquello, el currículo ecuatoriano prioriza el uso de un modelo pragmático-constructivista para la enseñanza, denotando su interés en que el estudiante sea el protagonista de su propio aprendizaje y que mediante la guía adecuada del docente se fomente el intercambio de ideas, aprendizaje autónomo y colaborativo, impulsando el análisis, justificación y reflexión de los resultados y que además permita al estudiante ser parte de situaciones reales o problemas contextualizados. Adicionalmente, se propone que los problemas planteados, deben implicar la exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de diversas técnicas que permitan conectar sus conocimientos con su entorno, además, considera que la comprensión matemática se vuelve profunda y duradera cuando los estudiantes pueden conectar las ideas matemáticas entre sí, aplicándolas en otras áreas y en contextos de su propio interés (MinEduc, 2019).

Por otro lado, en La ERCE 2019 (Estudio Regional Comparativo y Explicativo), que es una prueba estandarizada internacional comparativa, realizada a estudiantes de cuarto y séptimo grado de educación general básica de centros educativos de países de América Latina y el Caribe, incluido Ecuador, los obtenidos sugieren que la mayoría de los estudiantes ecuatorianos evaluados no conoce bien las matemáticas, ya que la proporción de estudiantes que se ubica en el nivel IV (nivel más alto de desempeño), no pasa del 10% (Méndez, 2022).

En base a los bajos resultados obtenidos en pruebas estandarizadas, es evidente que los estudiantes no son capaces de elaborar soluciones a planteamientos de la vida real mediante las matemáticas. Cabe destacar, que una de las razones se debe a la falta de metodologías empleadas, que involucren a la matemática con la vida real, pues en ocasiones los estudiantes necesitan métodos diferentes a los convencionales que les permitan construir sus conocimientos y puedan contrastarlos en la realidad (Vesga y Escobar, 2018).

Trelles et al., (2022) al realizar un estudio de la presencia de la modelización matemática en tareas de estadística y probabilidad de libros de texto ecuatorianos, encontraron que la mayor parte de problemas propuestos a los estudiantes son algorítmicos y de repetición, evidenciando la carencia de

actividades de modelización matemática propuestas a los estudiantes a través de estos libros.

Otra autora, como Bejerano (2016), con la finalidad de conocer el nivel de empleo de la modelización matemática dentro del proceso de aprendizaje en matemáticas, aplicó un cuestionario a estudiantes de segundo de bachillerato general unificado; la mayoría de ellos afirman que lo aprendido en la clase de matemáticas pocas veces se puede aplicar en la vida cotidiana, dejando en evidencia que no se emplean modelos matemáticos en el aprendizaje. Además, en el mismo escrito, casi la totalidad del alumnado dan a conocer que el incluir modelos matemáticos ayudará de gran manera a mejorar su rendimiento académico, es decir, el emplear la modelización matemática en su aprendizaje contribuirá en su formación y generará interés por la materia.

En un estudio llevado a cabo en 2010, Villa, Bustamante y Berrio, realizaron observaciones de clases, cuestionarios y entrevistas individuales a cuatro profesores de diferentes niveles de instituciones educativas estatales en Colombia, de todo ello se logró apreciar que los docentes están conscientes de la aplicabilidad de las matemáticas en el entorno, sin embargo, al ofrecer ejemplos relacionados con la temática tratada lo hacen a través de situaciones relacionadas con descubrimientos científicos, lejanos de la realidad y compresión para los estudiantes, impidiéndoles asumir el reto de realizar procesos de modelación.

Por otro lado, luego de realizar una investigación a un grupo de estudiantes de cuarto año de EMG de una Unidad Educativa Nacional de Venezuela a través de estudios de caso, se concluyó que existen serias falencias en cuanto a la identificación de las incógnitas del problema, dificultad en la elaboración de un modelo o dibujo de la situación planteada e ineficacia al lograr solventar la pregunta planteada en cada situación, cabe destacar que las distintas situaciones presentadas se desarrollaron en equipos de trabajo (Méndez y Lear, 2018).

© Vicerrectorado Académico de la Universidad Laica *Eloy Alfaro* de Manabí, Ecuador.

Modelización Matemática en el ámbito educativo

La matemática, por su incidencia e importancia en la sociedad, tiene como objetivo lograr que el estudiante sea competente y desarrolle las habilidades necesarias para su desarrollo. Por ello, el aprendizaje debe estar encaminado a motivar y despertar el interés por el tema a través de estrategias y metodologías como la modelación matemática, promoviendo un aprendizaje significativo.

La modelización matemática, es la actividad mediante la cual se representa, articula, manipula y comunica objetos del mundo real a través de fórmulas y elementos matemáticos, posibilitando la discusión de procesos, generando hipótesis, validando resultados y así estructurando un verdadero aprendizaje (King et al, 2005). Por ende, es necesario salir de lo común e incluir y aplicar actividades de modelización matemática dentro del aula.

La modelización matemática no tiene como único objetivo la aplicación de algoritmos para llegar a un resultado, lo fundamental es intentar describir alguna situación del mundo real en términos matemáticos. (Brito et al.,2011). Este intento de explicar una situación a través de la matemática permite que el estudiante recurra a sus experiencias, a sus conocimientos existentes, proporcionando un sentido de lo que se está haciendo; así lo evidenció González (2021) en su proyecto de modelización, quién concluyó que el aprendizaje logrado por los participantes fue significativo.

El modelado como método para relacionar la matemática con la vida cotidiana en el proceso educativo se ha demostrado que es indudablemente útil e incluso siendo necesario, el modelado motiva e incentiva a los alumnos en el proceso de aprendizaje, encontrando nuevos puntos de vista y descifrando nuevas perspectivas matemáticas (Gallart et al, 2019). Complementando lo anterior, se sabe que el aprendizaje por investigación propia puede llegar a ser positivo para los alumnos de las matemáticas y relacionarlos en un contexto de la vida real refuerza la idea de la aplicación de modelos matemáticos (Font, 2021).

Actividades Generadoras de Modelos (MEAs)

Para la presente investigación se ha tomado en cuenta las Actividades Generadoras de Modelos (MEAs, por sus iniciales en inglés: model-eliciting activities) para elaborar la actividad de modelización.

Según Lesh y Harel (2003), son ejercicios fundamentados en situaciones reales cuya resolución conduce a los alumnos a desarrollar representaciones

que reflejan sistemas existentes en el mundo real. Estos modelos no solo representan, sino que además ofrecen descripciones, explicaciones y predicciones sobre el comportamiento del fenómeno o problema estudiado.

Al participar en este tipo de ejercicios, los alumnos atraviesan distintas etapas interpretativas y de elaboración donde analizan información, metas y métodos de resolución relevantes desde múltiples ángulos. Tras la elaboración del modelo, corresponde a los estudiantes evaluar si su creación es exclusiva para el contexto particular del problema trabajado o si dicho modelo posee características que permiten su distribución, modificación, aplicación y reutilización en contextos más amplios, abarcando distintos escenarios (Aymerich y Albarracín, 2022).

De acuerdo con Trelles et al., (2019), los ejercicios propuestos por Lesh se distinguen por características específicas: se desarrollan en equipos reducidos de tres o cuatro participantes como máximo, durante aproximadamente dos o tres periodos de clase; la mayoría de estas actividades requiere que los estudiantes redacten una carta ofreciendo asesoramiento a un individuo sobre cómo abordar el problema planteado, donde deben detallar el proceso de construcción del modelo, justificar su utilidad y considerar posibles aplicaciones de dicho modelo en situaciones alternativas.

Así mismo, Trelles et al., (2019, p. 47), sugiere los 3 pasos por lo que debe pasar dicha actividad:

1. Realización de una lectura y contestación de preguntas guías: se sugiere que esta parte sea individual y que, preferentemente, se realice de forma previa a la clase (por ejemplo, en casa o bien en sesiones dedicadas a trabajo individual).

2. Socialización de las respuestas a la lectura en cada grupo de trabajo: el objetivo es que cada alumno escuche el planteamiento de sus compañeros y pueda considerar aspectos que a lo mejor no consideró en sus respuestas iniciales (duración aproximada 15 min). Luego se entrega la actividad en sí, y la función del maestro en esta parte es interactuar con cada grupo y observar detenidamente los procesos de pensamiento de los alumnos, ofreciendo ayudas solamente cuando sea necesario, pero sin dar soluciones al problema.

3. Puesta en común de las soluciones de cada grupo: el maestro puede elegir al azar un miembro del grupo para que exponga la solución a la que han llegado. Después de haber escuchado las soluciones de sus compañeros, cada grupo puede refinar sus modelos si así lo desean considerando aspectos que a lo mejor no fueron considerados previamente,

Es importante destacar que, por la propia naturaleza de la modelización matemática, al tratarse de un problema abierto, estas actividades no tienen una única solución, lo que conlleva a que se evalúa todo el proceso que se desarrolló para la solución de este.

Modelización matemática como un impulso para el aprendizaje significativo

De acuerdo con la Teoría del Aprendizaje Significativo desarrollada por Ausubel, este tipo de aprendizaje se caracteriza por la conexión deliberada y no textual entre nueva información y los saberes anteriores del estudiante (Agra et al., 2019). En este tipo de aprendizaje, los conceptos no son incorporados de manera literal, sino que establecen vínculos sustanciales con la estructura preexistente en la mente de quien aprende (Moreira, 2012).

Para que se produzca aprendizaje significativo, Rodríguez (2004) indica que es necesario dos condiciones: la actitud del aprendiz debe ser significativa en su proceso de aprendizaje, es decir, debe tener la disposición para aprender de manera profunda y con significado y, por otro lado, la presentación de un material potencialmente significativo como la modelización matemática.

La matemática está presente a diario en nuestra vida cotidiana, desde simples operaciones aritméticas al momento de realizar una compra hasta operaciones un poco más complejas como optimizar recursos para un fin. Es así como se requiere una compresión profunda y duradera de la materia, por ello, la modelización matemática se presenta como un recurso donde el estudiante pueda conectar su experiencia en el día a día con esta ciencia, siendo esta una de las ventajas de la modelización, que el alumno afronte tareas que pueden aparecer en su futura actividad profesional (Brito et al., 2011).

El profesor es vital dentro de este proceso, debe ser capaz de que el alumno participe en la búsqueda y utilización del conocimiento. Se espera que los alumnos logren reformular sus saberes previos, asumiendo un rol protagónico en el procesamiento de la información y la responsabilidad final de su propio aprendizaje. Esto implica que analicen los datos de forma

estructurada y metódica, superando la simple memorización para llegar al verdadero conocimiento (Fuentes et al., 2020)

Aravena y Caamaño (2007) como parte de su investigación en modelización matemática realizaron un pre - test con estudiantes de secundaria en Chile, para el cual se plantearon problemas no concretos y ajenos al contexto del estudiante; obteniendo como resultados la presencia de dificultades al momento de establecer y ubicar las variables involucradas, particularmente más del 80% de los estudiantes no lograron plantear ninguna expresión que permita describir la situación en términos matemáticos. En contraste, en el pos - test realizado, relacionado con problemas concretos y contextualizados, se percibe una mejor compresión de las situaciones planteadas, mayor identificación de las variables que intervienen y un aumento significativo en su interpretación, ya que, en cuanto al significado de las variables, menos de un 24% entrega una argumentación consistente en el pre - test, porcentaje que se eleva al 77% en el siguiente test realizado. Aquello denota que el limitado trabajo con problemas en contextos dificulta a los estudiantes dar una interpretación correcta de su significado.

Con fines investigativos, en la institución educativa San Vicente de Paúl se realizó un estudio a 252 alumnos en donde se presentaron situaciones problema con el propósito de evaluar el desarrollo de competencias cognitivas relacionadas con el planteamiento de problemas, razonamiento, modelación, elaboración y resolución de procedimientos, para aquello se analizó el desempeño de los estudiantes sometidos a intervención didáctica en contraste con estudiantes que no tuvieron dicha intervención, de los resultados obtenidos, Márquez, Gaviria y Rivera (2019), concluyeron que para lograr impulsar un aprendizaje significativo se debe crear un entorno apropiado para alcanzar la interacción entre los conceptos previos y los nuevos conocimientos, considerando como nexo para aquello la modelización matemática puesto que liga los conceptos con el entorno.

En el bachillerato, los contenidos matemáticos tienen un carácter más formal, se enfatizan las aplicaciones y la solución de problemas mediante la elaboración de modelos (MinEduc, 2019), para ello toda la base matemática a lo largo de los años es importante, en consecuencia, desde primaria se debe fomentar el análisis de modelos matemáticos sencillos en el contexto del estudiante, tal como lo menciona Ruiz, J. (2024), la importancia de la

enseñanza de las matemáticas en el nivel primario, va más allá de simplemente aprender fórmulas y teoremas; también, contribuye al desarrollo integral de los estudiantes, proporcionándoles las herramientas necesarias para abordar desafíos, comprender el mundo que les rodea y construir una base sólida para el aprendizaje continuo a lo largo de sus vidas, proporcionándoles las herramientas necesarias para abordar desafíos, comprender el mundo que les rodea y construir una base sólida para el aprendizaje continuo a lo largo de sus vidas.

Adicionalmente, como se menciona en el estudio realizado por Silva, Gamboa y Rodríguez (2018) la realidad del mundo actual propone una reflexión en el proceso didáctico, el cual sin duda debe incluir la contextualización como fundamento sólido, tanto para el desarrollo de las actividades como para la evaluación de estas. Un medio para lograrlo es la modelización matemática que tiende a brindar puentes entre las experiencias cotidianas de los alumnos y las matemáticas, debido a que proporciona un soporte cognitivo e inserta las matemáticas en la sociedad como herramienta para describir y dar sentido a las situaciones cotidianas.

El tema de modelización matemática es una herramienta poco trabajada por el profesorado ecuatoriano. Mediante esta investigación se pretende trabajar una actividad de modelización, y cuantificar el impacto de esta. Además, se busca demostrar como la modelización matemática influye de manera positiva en el estudiante, generando un aprendizaje significativo.

Se espera que la actividad de modelización matemática proporcione un ambiente de aprendizaje dinámico y participativo, donde los estudiantes de bachillerato logren establecer conexiones significativas entre las funciones cuadráticas y situaciones de su entorno real. La implementación de estas actividades debería promover un mayor nivel de compromiso y motivación en los estudiantes, evidenciado a través de su participación en la actividad.

En cuanto al aprendizaje significativo, se prevé que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda y duradera de los conceptos relacionados con funciones cuadráticas, manifestada en su capacidad para interpretar, representar y aplicar estos conocimientos en diversos contextos. La valoración del proceso debería revelar una mejora sustancial en las habilidades de los estudiantes para identificar, modelar y resolver problemas que involucren funciones cuadráticas, así como una mayor capacidad para argumentar y justificar matemáticamente sus procedimientos y soluciones.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para la presente investigación se llevó a cabo un pre - test y post - test a una población de 25 estudiantes de tercero de bachillerato, entre edades de 17 y 18 años en una institución de carácter particular de la ciudad de Cuenca debido a la facilidad de acceso que presentaron con los autores de esta obra. Al iniciar se aplicó una evaluación diagnóstica (pre - test) relacionada con actividades de funciones cuadráticas. Posteriormente se realizó la intervención con los estudiantes en dos sesiones de clase, cada una de ellas con una duración de dos horas y, por último, al finalizar el desarrollo de ambas sesiones, se procedió a aplicar nuevamente la misma evaluación para la fase pre - test para identificar los avances y cambios por parte de los estudiantes.

Mediante la aplicación de este método se obtienen datos que pueden medirse cuantitativamente y proporciona la posibilidad de comparar los resultados de principio a fin. Una vez realizado el pre - test, fueron de utilidad los datos conseguidos para reorientar la información y actividades que se presentaron en ambas sesiones de clases, previas a realizar el post - test.

Por ello, este estudio tiene un enfoque cuantitativo basado en el análisis y comparación de los resultados obtenidos tanto en el pre - test como en los post - test relacionados con modelización matemática. Cada una de las actividades planteadas se revisaron siguiendo una misma rúbrica o puntaje de evaluación y se obtuvo porcentajes de aciertos en cada caso que se cotejaron en un cuadro comparativo para obtener una calificación sobre 10 puntos.

El análisis estadístico conocido como prueba t, o alternativamente prueba t-Student, constituye un método analítico para examinar, mediante contrastación de hipótesis, si el promedio observado en una población diverge significativamente de un parámetro establecido. Esta metodología resulta particularmente valiosa cuando se busca contrastar los valores medios entre dos conjuntos cuyas dimensiones muestrales no superan los 30 elementos. La aplicación fundamental de este procedimiento consiste en verificar la existencia de variaciones relevantes entre los grupos (Villavicencio et al., 2023).

Por lo anterior, dado que nuestro estudio se realizó con una población de 25 estudiantes y con el objetivo de analizar las variaciones estadísticas entre ambos grupos (pre - test y post - test) para conocer la influencia de la

modelización matemática se complementará nuestro análisis con la prueba t-Student para el respectivo análisis de los resultados obtenidos. Como hipótesis nula tenemos: la modelización matemática no genera una influencia significativa en el rendimiento académico de los estudiantes al momento de resolver problemas relacionados con la función cuadrática, en contraste con la hipótesis alternativa que sostiene que la modelización matemática genera aprendizajes significativos con un impacto positivo para la resolución de problemas en funciones cuadráticas, mejorando el rendimiento por parte de los estudiantes. Para esta prueba de utilizó un nivel de significancia de 0,05.

Esta investigación constó de tres etapas para su desarrollo: etapa inicial, etapa de implementación y etapa final.

Etapa inicial

En esta primera etapa se recolectó la información de los estudiantes y su capacidad para resolver problemas y ejercicios acerca de la función cuadrática a través de un pre - test.

La evaluación llevada a cabo contó con actividades teóricas y actividades prácticas contextualizadas. Para su elaboración se tomó como referencia la prueba Diagnóstica desarrollada por Román y Sánchez (2022) en su trabajo de investigación "Fortalecimiento en los procesos de enseñanza - aprendizaje de la función cuadrática para mejorar la interpretación y solución de problemas utilizando el software educativo GeoGebra", se realizaron ciertas modificaciones para acoplarlas al contexto ecuatoriano y al nivel de bachillerato.

Etapa de implementación

La actividad de modelización matemática se implementó durante dos sesiones de clases con una duración de dos horas cada una. Para una buena aplicación se siguió las recomendaciones de varios autores (Trelles et al.,2019):

- Se ubicó a los estudiantes en grupos de 4 estudiantes, al ser un total de 25, uno de los grupos se conformó de 5 alumnos.

- La actividad consistió en una primera parte de lectura y contestación de preguntas introductorias y una segunda parte compuesta por una actividad que se pide dar la solución a través de una carta y la puesta en común con el aula a través de una presentación.

Además, durante este periodo, nosotros como docentes estuvimos atentos a todos los estudiantes para ayudar a resolver sus interrogantes, sin darles la

respuesta, solo como orientadores. Cabe recalcar que, por la propia naturaleza de una actividad de modelización matemática, no se tiene respuestas incorrectas, solo modelos que responden mejor a la problemática que otros.

Para llevar a cabo esta actividad, como se mencionó anteriormente, se basó en las MEAs (actividades generadoras de modelos), donde se orientó la actividad a obtener una función cuadrática:

Figura 1

Historia de los puentes colgantes

LOS PUENTES COLGANTES

Los puentes colgantes han ido evolucionando con el paso del tiempo. En épocas primitivas (siglo XII) los primeros puentes colgantes de los que existen registros abundaban en Sudamérica y Asia, y su estructura dependía principalmente de cuerdas de fibras naturales fuertemente entrelazadas.

El siguiente paso en la evolución de los puentes estuvo marcado por el cambio de material en las estructuras. En China, se empezaban a desarrollar proyectos de puentes colgantes de cadenas, que alcanzaban hasta 100 metros de luz entre sus pilas. Es así como, mediante estas estructuras, llega el primer puente colgante de la época moderna, el puente Jacob's Creek (Pennsylvania), obra del ingeniero americano James Finley, inaugurado en el año 1801 con una luz de 21 metros.

Posteriormente, los puentes colgantes han ido evolucionando mediante esquemas más resistentes, como la utilización de vigas metálicas, cables de tensión, etc. La ingeniería se desarrollaba a pasos agigantados, lo que permitía superar de manera continua los récords de mayor luz en un vano colgante. Buen ejemplo de ello es el Puente de la Caille en Francia, que en 1839 alcanzó los 182 metros de luz.

Cada vez llama la atención observar en los puentes colgantes cómo la curvatura generada por los cables principales se sitúa más elevada conforme pasan los años. Entre tanto, se había iniciado una competición entre Europa y EE. UU. por demostrar quién construía el puente más largo, más esbelto y seguro; motivo por el que se puede afirmar que en torno a 1850 se inicia la "etapa de esplendor" de los puentes colgantes. Buena prueba de esta etapa de redescubrimiento es el Puente de Brookling (inaugurado en 1883 por Jhon A. Roebling, con 486 metros de luz) o el puente de Golden Gate, obra de L. B. Strauss, que alcanza los 1280 metros de vano desde su inauguración en 1937.

Figura 2

Preguntas guía

LOS PUENTES COLGANTES: PREGUNTAS DE PREPARACIÓN

1. ¿Sobre qué trata el tema?

2. ¿Cómo ha ido evolucionando el puente colgante a lo largo de los años?

3. ¿Conoces algún puente colgante dentro de tu ciudad/país? ¿Qué luz alcanza?

4. ¿Qué forma o figura tienen en común los puentes colgantes?

Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa
ISSN1390-9010
RefCalE
refcale@uleam.edu.ec
Uleam
Vicerrectorado Académico

Figura 3

Actividad de modelización

CONSTRUCCIÓN DE UN PUENTE

La ciudad de Cuenca (Ecuador) es conocida por los diversos ríos que forman parte de ella y por eso ha sido necesario a lo largo de los años, la construcción de puentes para el paso de sus habitantes. Desde el sector del coliseo Jefferson Pérez, al oeste de Cuenca, hasta el sector del hospital Vicente Corral, en una distancia de aproximadamente 3 kilómetros, siguiendo el río Tomebamba existen 8 puentes; si se hace el mismo recorrido con el río Yanuncay, en la parte sur, desde la avenida Loja, y luego en su unión con el Tarqui hasta el hospital del IESS, se levantan 11 puentes.

El alcalde de la ciudad quiere construir un puente colgante peatonal para atravesar el río Paute (unión entre el río Tomebamba y Yanuncay) para que facilite cruzar de la Av. Pumapungo a la Av. 24 de Mayo o viceversa. Para ello, solicita la colaboración de la ciudadanía a través de propuestas, proyectos y formas de construir dicho puente. La única condición del alcalde es que el proyecto sea similar al puente Golden Gate y ha enviado una foto que pueda ayudar a entender el diseño.

A través de una carta dirigida al alcalde, explique la forma en la que considere construir el puente y una manera en la que se pueda obtener, de forma general, la distancia a la cual ubicar los soportes verticales y la altura de cada uno de ellos.

Desde ya, el alcalde agradece su ayuda y estará gustoso de escuchar sus propuestas y explicación. Éxitos en su trabajo.



Luego de la implementación de la actividad, se aplica un post - test, con las mismas preguntas del pre - test, con el objetivo de conocer los progresos de los estudiantes y analizar la mejora con la actividad de modelización matemática.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez realizados el pre – test y el post – test a los 25 estudiantes de tercero de bachillerato, se obtuvieron los resultados que se aprecian a continuación en la tabla 1.

Tabla 1

Calificaciones pre - test y post - test

Estudiantes	Pre - test	Post - test
1	6	8
2	5	9
3	6	8
4	6	8
5	5	7
6	3	10
7	4	9
8	3	9
9	3	7
10	4	7
11	3	8
12	5	8
13	5	9
14	4	10
15	5	10
16	5	9
17	4	8
18	5	7

Estudiantes	Pre - test	Post - test
19	4	8
20	6	8
21	4	7
22	5	9
23	6	10
24	3	9
25	3	7

Para realizar una comparación de los estadísticos de la fase pre – trest y post – test se analizó de forma individual las calificaciones obtenidas durante cada una de estas etapas. En primera instancia para las calificaciones alcanzadas por los estudiantes durante la fase pre – test se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 4

Calificaciones pre - test

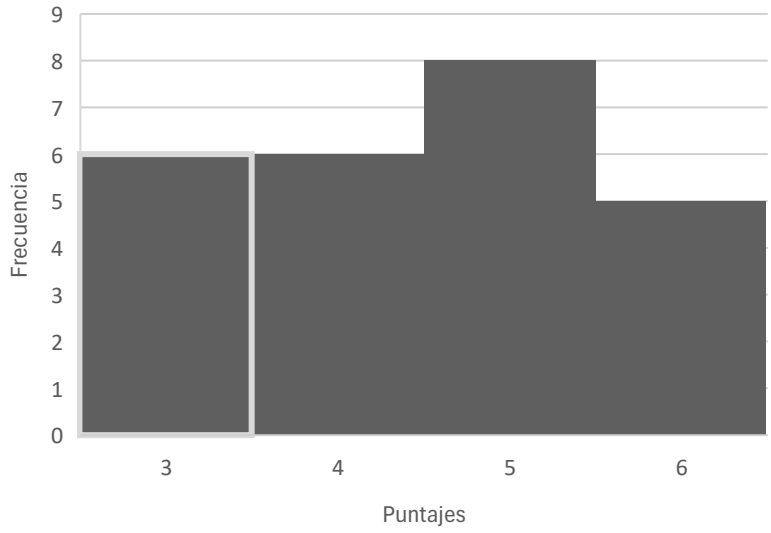

Tabla 2

Resultados de medidas estadísticas Pre-Test

Estadístico	Pretest
Media	4,480
Desviación Típica	1,085
Mínimo	3,000
Máximo	6,000

En la Figura 4 se presenta la distribución de frecuencias de las calificaciones obtenidas sobre 10 puntos por el grupo experimental durante la fase pre - test. El rango de calificaciones fluctúa desde un valor mínimo de 3 hasta un máximo de 6; esto significa que dentro del grupo evaluado existen estudiantes que están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos (calificaciones de 5-6) y estudiantes que no alcanzan los aprendizajes requeridos (calificaciones ≤ 4) de acuerdo con la escala de calificaciones propuesta por el Ministerio de Educación (2016). La media corresponde a un valor de 4,480 con una desviación estándar de 1,085, lo cual hace evidente que existen dificultades al momento de resolver actividades de modelización matemática de funciones cuadráticas, y aquello se complementa con el hecho de que la calificación que mayormente se obtuvo es de 5/10, apenas la mitad de la calificación máxima. Adicionalmente ningún estudiante obtuvo calificaciones superiores a 6/10, es decir, no alcanzan ni dominan los aprendizajes requeridos; entonces, es visible que existen falencias en la temática abordada.

Tomando como referencia los resultados obtenidos en el pre – test y en base a las diversas dificultades observadas en los modelos matemáticos planteados por lo estudiantes, antes de realizar el post – test al mismo grupo de estudiantes, se llevó a cabo dos intervenciones cada una con una duración de dos horas, en busca de superar los obstáculos y alcanzar logros significativos en cuanto a su conocimientos, aprendizaje y aplicación de estos en la resolución de problemas de modelado relacionado con funciones cuadráticas. Entonces, posterior a dichas sesiones de cases, una vez aplicado el post – test, las calificaciones obtenidas se muestran a continuación:

Figura 5

Calificaciones Post - Test

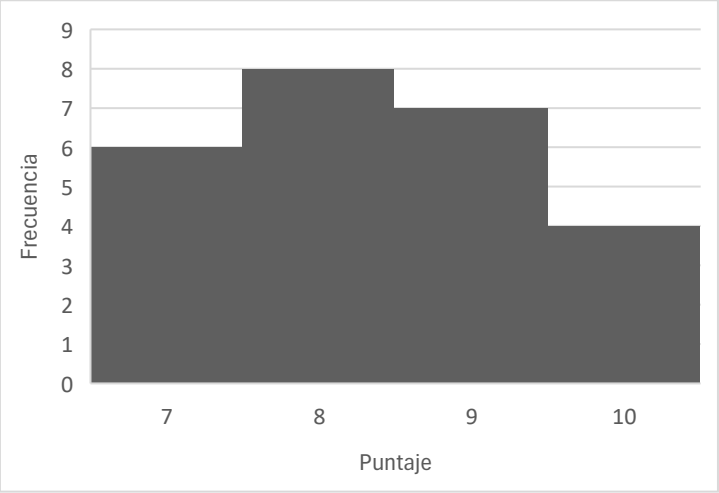

Tabla 3

Resultados de medidas estadísticas Post - Test

Estadístico	Post - test
Media	8,360
Desviación Típica	1,036
Mínimo	7,000
Máximo	10,000

La distribución de frecuencias obtenidas en el Post - test para el mismo grupo de control se muestra en la Figura 5, en donde se aprecia que las calificaciones en esta prueba varían desde el valor mínimo de 7 al valor máximo de 10, por tanto, podemos decir que tenemos estudiantes que alcanzan los aprendizajes requeridos (calificación de 7-8,99) y estudiantes que alcanzan los aprendizajes requeridos (9-10), esto de acuerdo con la escala de calificaciones propuesta por el Ministerio de Educación (2016), cabe mencionar que este rango de calificaciones no apareció durante la evaluación pre - test. Además, se observa una gran variación positiva en cuanto a la media que

ahora es de 8,360 frente a la media de 4,480 obtenida en la fase inicial, es decir, existe una diferencia de 3,88 puntos, haciendo evidente que luego de la intervención con los estudiantes se produce una mejora significativa, ya que ninguno presenta una calificación inferior a 7/10 y la variación estándar también es menor, siendo en este caso de 1,036. Cabe recalcar que incluso hay 4 estudiantes que alcanzan la máxima calificación y que la nota obtenida por la mayoría es de 8/10, lo cual en relación con lo anterior representa un progreso en cuanto a los conocimientos, habilidades y destrezas adquiridas vinculadas con la modelización matemática de funciones cuadráticas, entonces, en su mayoría los estudiantes son capaces de resolver acertadamente problemas que requieran la aplicación de funciones cuadráticas asociándoles a su contexto y logran analizar la situación, identificar la problemática y plantear un modelo acorde al mismo, para finalmente reflexionar acerca de los resultados obtenidos.

Como se mencionó anteriormente, la variación de la media de las calificaciones entre el pre - test y el post - test nos confirman que la actividad de la modelización influyó significativamente en los estudiantes. En línea con estos hallazgos Hevia, Pellicer y Sanmiguel (2008) afirman que este tipo de actividades desarrollan en los estudiantes una mayor capacidad de análisis de situaciones y una mayor creatividad en la solución de problemas, así como una mayor capacidad para aprender algunos temas por su cuenta.

Lo mencionado se complementa y refuerza con los resultados obtenidos tras realizar la prueba t-Student, la cual es de gran utilidad para aceptar o rechazar la hipótesis la hipótesis nula: la modelización matemática no genera una influencia significativa en el rendimiento académico de los estudiantes al momento de resolver problemas relacionados con la función cuadrática o la hipótesis alternativa: la modelización matemática genera aprendizajes significativos con un impacto positivo para la resolución de problemas en funciones cuadráticas, mejorando el rendimiento por parte de los estudiantes.

Tabla 4

Análisis estadísticos prueba t-Student

Estadístico analizado	Valor
P(T<=t) una cola	1,47395E-17
Valor crítico de t (una cola)	1,677224196
P(T<=t) dos colas	2,9479E-17
Valor crítico de t (dos colas)	2,010634758

En la Tabla 4 se puede apreciar que el estadístico P(T<=t) dos colas tiene un valor de 2,9479E-17, el cual es menor que el nivel de significancia (0,05). Esto nos lleva a rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa, concluyendo que la modelización matemática genera aprendizajes significativos con un impacto positivo para la resolución de problemas en funciones cuadráticas, mejorando el rendimiento por parte de los estudiantes.

Tras los resultados obtenidos, es notoria la diferencia y mejoría en el rendimiento académico de los estudiantes luego de las sesiones relacionadas con actividades de la modelización, esto se debe en gran parte, y como lo mencionan Mejía, Gallo y Quintana (2022), a que este tipo de actividades permiten que ellos logren entender los problemas y los orientan hacia nuevos conocimientos para su resolución. Los estudiantes discuten y reflexionan para elaborar sus propias definiciones y construir el conocimiento.

CONCLUSIONES

A través de la presente investigación se concluye que la modelización matemática en el ámbito educativo es eficaz para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes. El análisis estadístico demostró que la actividad aumentó el aprendizaje de los estudiantes, subiendo sus calificaciones entre el Pre - test (antes de la actividad) y el post - test (después de la actividad).

Durante el pre - test los resultados obtenidos son evidencia de las dificultades y deficiencias que los estudiantes presentan al momento de modelar un problema contextualizado sobre funciones cuadráticas, por lo cual surge la necesidad de implementar durante las clases actividades que impliquen la modelización matemática para mejorar el entendimiento y resolución de los problemas, y con ello el rendimiento académico de los estudiantes.

El post - test mostró una mejora significativa de los estudiantes en la apropiación del concepto de la función cuadrática, así como también en la resolución de problemas, llegando a alcanzar y dominar los aprendizajes requeridos. Esto indica que las sesiones previas a dicha evaluación, relacionadas con la modelización matemática, cumplieron un rol fundamental fueron al facilitar su incorporación como una herramienta efectiva para abordar y resolver situaciones problemáticas.

© Vicerrectorado Académico de la Universidad Laica *Eloy Alfaro* de Manabí, Ecuador.

Los hallazgos sugieren que los profesores integren actividades de modelización matemática en sus clases, así como lo menciona el propio currículo ecuatoriano, debido a que esta metodología permite un mejor entendimiento de los estudiantes, desarrollan competencias necesarias para la vida real. Para esto es necesario que los profesores reciban una formación necesaria de como aplicar la modelización de manera correcta en sus aulas de clases.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Agra, G., Soares, N., De Oliveira, P., Lopes, M., Melo, M. y Lima, M. (2019). Analysis of the concept of Meaningful Learning in light of the Ausubel's Theory. REBEn, 72(1), 248- 255. https://doi.org/10.1590/0034-7167-2017-0691

Aymerich, A. y Albarracín, L. (2022). Mathematical Modeling in Statistical Activities: Key Episodes for Model Generation. Uniciencia, 36(1), 1-16. https://doi.org/10.15359/ru.36-1.16

Aravena, D. y Caamaño E. (2007). MODELIZACION MATEMÁTICA CON ESTUDIANTES DE SECUNDARIA DE LA COMUNA DE TALCA, CHILE. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, *33* (2), 7-25. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052007000200001

Bejarano, N. (2016) Guía didáctica sobre la modelización matemática del bloque de números y funciones que ayude en el desarrollo del eje curricular integrador de la asignatura de matemática para el segundo año de bachillerato general unificado del colegio "San Francisco" en el periodo lectivo 2014-2015. [Tesis de Grado, Universidad Técnica del Norte]. https://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/8379

Brito, M., Alemán, I., Fraga, E., Para, J. y Arias, R. (2011). Papel de la modelización matemática en la formación de los ingenieros. Ingeniería Mecánica, 14(2), 129-139. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-59442011000200005

Burguillos, W., y Huise, S. (2018). La modelación matemática y los problemas de aplicación como promotores de la creatividad en la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría. *Revista de Investigación*, *42* (94). https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376160142008

Fuentes, A., Puerto, O., Suárez, R. y Rodríguez, J. (2020). Las tareas docentes en la enseñanza universitaria: una vía para alcanzar el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa, 8*(2), 23-37. https://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/3259

Gallart, C., García, L., y Ferrando, I. (2019). Modelización matemática en la educación secundaria: manual de uso. *Modelling in Science Education and Learning, 12*(1), 71-85. https://doi.org/10.4995/msel.2019.10955

González, D. (2021). La modelación, un recurso pedagógico para el pensamiento numérico y el aprendizaje significativo. *Revista Scientific, 6*(19), 102-121. https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2021.6.19.5.102-121

Hevia, H., Sanmiguel, C. y Pellicer, R. (2008). LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA REALIDAD COMO METODOLOGIA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA. https://www.researchgate.net/publication/365637438_LA_MODELACION_MATEMATICA_DE_LA_REALIDAD_COMO_METODOLOGIA_PARA_LA_ENSENANZA_Y_APRENDIZAJE_DE_LA_MATEMATICA

King, R., Garrett, S. y Coghill, G. M. (2005). On the use of qualitative reasoning to simulate and identify metabolic pathways. Bioinformatics, 21(7), 2017 - 2026. https://doi.org/10.1093/bioinformatics/bti255

Lesh, R., y Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. Mathematical Thinking and Learning, 5(2), 157-189. https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9679998

Márquez, C., Gaviria, C., y Rivera, Y. (2019). Evaluación del desarrollo de competencias a partir de la modelación matemática. *Revista Ingenierías USBMed*, *10* (2), 8-15. https://doi.org/10.21500/20275846.4132

Mejía, L., Gallo, C. y Quintana, D. (2022). La modelación matemática como estrategia didáctica para la resolución de problemas matemáticos. *Horizontes. Revista De Investigación En Ciencias De La Educación*, *6*(26), 2204–2218. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v6i26.485

Méndez, W. y Leal, S. (2018). La modelación matemática y los problemas de aplicación como promotores de la creatividad en la enseñanza y el aprendizaje de la trigonometría. *Redalyc, 42*(94). https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376160142008

Méndez, Y. (2022, 21 de abril). ¿Los estudiantes ecuatorianos saben matemáticas? PRIMICIAS. https://www.primicias.ec/noticias/firmas/estudiantes-ecuatorianos-matematicas-nivel-latinoamerica/

Ministerio de Educación. (2016). Instructivo para la aplicación de la evaluación estudiantil. Quito, Ecuador: Ministerio de Educación. https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/07/Instructivo-para-la-aplicacion-de-la-evaluacion-estudiantil.pdf

Ministerio de Educación. (2018). Resultados de PISA para el Desarrollo. Quito, Ecuador: Ministerio de Educación. https://evaluaciones.evaluacion.gob.ec/BI/educacion-en-ecuador-resultados-de-pisa-para-el-desarrollo/

Ministerio de Educación. (2019) Currículo de los Niveles de Educación Obligatoria. Nivel Bachillerato. Tomo 2. Quito, Ecuador: Ministerio de Educación. https://educacion.gob.ec/curriculo-bgu/

Ministerio de Educación. (2021). Currículo Priorizado. Quito, Ecuador: Ministerio de Educación. https://educacion.gob.ec/curriculo-priorizado/

Moreira, M. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? Qurriculum, 29-56. http://riull.ull.es/xmlui/handle/915/10652

OECD (2018). PISA for Development Assessment and Analytical Framework: Reading, Mathematics and Science, OECD Publishing, Paris. http://dx.doi.org/10.1787/9789264305274-en

Roa, J. (2021). Importancia del aprendizaje significativo en la construcción de conocimientos. *Revista Científica De FAREM-Estelí*, 63 -75. https://doi.org/10.5377/farem.v0i0.11608

Rodríguez, L. (2004) La teoría del aprendizaje significativo. En: A. Cañas, J. Novak, F.M. González (Eds.). Concept Maps: Theory, Methodology, Technology (pp. 535-544). Dirección de Publicaciones de la Universidad Pública de Navarra. https://cmc.ihmc.us/cmc2004proceedings/cmc2004%20-%20vol%201.pdf

Román, S. y Sánchez, G. (2022). *Fortalecimiento en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la función cuadrática para mejorar la interpretación y solución de problemas utilizando el software educativo GeoGebra*. [Tesis de Maestría, Universidad de Santander]. https://repositorio.udes.edu.co/handle/001/8998

Sala, G., Font, V., y Ledezma, C. (2021). Relaciones entre los procesos de modelización matemática y de indagación desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas. *Quadrante*, *30*(1), 116 – 139. https://quadrante.apm.pt/article/view/23590/18337

Silva, J., Gamboa, M. y Rodríguez, P. (2018). La evaluación sistemática de la matemática en la secundaria básica. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa, 6*(3), 75-90. https://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/383

Trelles, C., Toalongo, X., Alsina, A. y Gonzáles, N. (2019). La modelización matemática a través de las actividades generadoras de modelos: una propuesta para el aula de secundaria. Épsilon, 2(102), 43-59. https://www.researchgate.net/publication/337325623_La_modelizacion_matematica_a_traves_de_las_actividades_generadoras_de_modelos_una_propuesta_para_el_aula_de_secundaria_The_Mathematical_Modelling_through_Model-Eliciting_Activities_A_proposal_for_the/citations

Trelles, C., Toalango, X., y Alsina, A. (2022). La presencia de la modelización matemática en tareas de estadística y probabilidad de libro de texto ecuatorianos. *INNOVA Research Journal 7* (2), 97 – 116. https://doi.org/10.33890/innova.v7.n2.2022.2076

Vesga, G. y Escobar, R. (2018). Trabajo en solución de problemas matemáticos y su efecto sobre las creencias de estudiantes de básica secundaria. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación, 9* (1), 103-114. https://doi.org/10.19053/20278306

Villa, J., Bustamante, C., y Berrio, M. (2010). Sentido de realidad en la modelación matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *23*, 1087-1096. http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.1.2312.7769

Villavicencio, E., Lima, M., Cuenca, K., Patiño, E. y Pacheco, E. (2023). ¿Cómo escoger la prueba estadística? Manejo de datos parte 2. *Revista OACTIVA UC Cuenca, 8*(2), 53-66. https://doi.org/10.31984/oactiva.v8i2.885